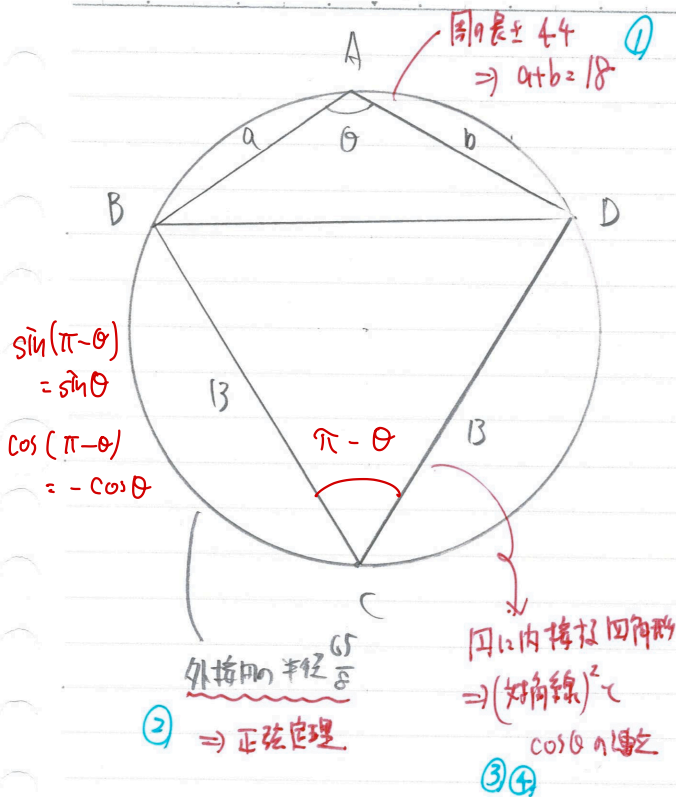


2006年

東大数学

文系第1問



①. ②. ③. ④ の連立の方程式を解けばよい。

② と ④ に代入して (2) ⇔ $BD = \frac{65}{4} \sin \theta$

$$\left(\frac{65}{4} \sin \theta\right)^2 = 13^2 + 13^2 + 2 \times 13 \times 13 \times \cos \theta$$

$\downarrow \div 13^2$

$$\left(\frac{5}{4} \sin \theta\right)^2 = 1 + 1 + 2 \cos \theta$$

$$\frac{25}{16} (1 + \cos^2 \theta) = 2 + 2 \cos \theta \quad 17 \text{ 抽出}$$

たこは楽

$$\cos \theta = -\frac{7}{25}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{7}{25}\right)^2} = \frac{24}{25} \quad \text{②に代入して}$$

$$BD = \frac{65}{4} \times \frac{24}{25} = \frac{78}{5}$$

式が4本分得られた。

不明量 a, b, BD, θ の4つ

⇒ 未知は連立方程式を解くだけで

① 周の長±が44 ± のこと

$$a + b + 13 + 13 = 44 \quad \therefore a + b = 18 \quad \text{--- ①}$$

② 正弦定理より (△ABD)

$$\frac{BD}{\sin \theta} = 2 \times \frac{13}{8} \quad \therefore \frac{BD}{\sin \theta} = \frac{65}{4} \quad \text{--- ②}$$

③ △ABD の余弦定理

$$BD^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \theta \quad \text{--- ③}$$

④ △BCD の余弦定理

$$BD^2 = 13^2 + 13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \cos(\pi - \theta)$$

$$BD^2 = 13^2 + 13^2 + 2 \cdot 13 \cdot 13 \cdot \cos \theta \quad \text{--- ④}$$

③ と ④ に ① ⇔ $b = 18 - a$ と $BD = \frac{78}{5}$ を代入して

$$a^2 - 18a + 56 = 0 \quad \downarrow \text{面倒な計算}$$

$$(a-4)(a-14) = 0$$

整理して

$\therefore a = 4, 14 \quad a = 4 \text{ or } b = 14 \quad a = 14 \text{ or } b = 4$

$$\therefore \text{2組 } (AB, DA) = (4, 14) (14, 4) \quad \#$$